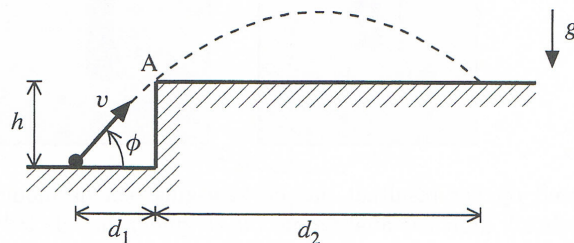


**Tentamen**  
**Mechanica & Relativiteit 2010–2011 (deel klassieke mechanica)**  
**20 april 2011, 9:00–12:00u**

**Opgave 1** Een golfbal is in een geul terecht gekomen van diepte  $h$ . De vraag is hoe deze het best daaruit geslagen kan worden zodat hij zo ver mogelijk van de geul op het veld beland. Luchtweerstand mag worden verwaarloosd.



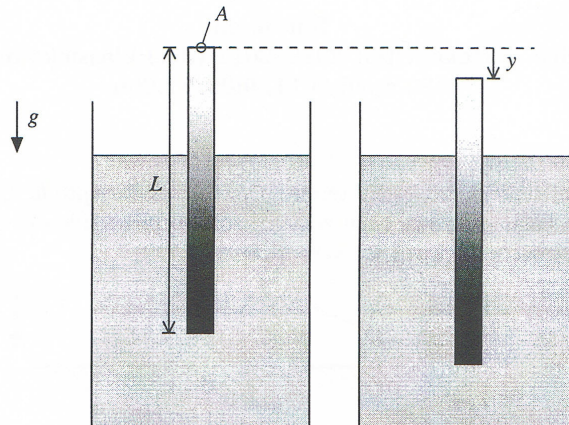
- Toon aan dat de snelheid  $v$  moet voldoen aan  $(v \sin \phi)^2 \geq 2gh$  opdat de bal überhaupt uit de geul kan komen.
- Het ligt voor de hand om te veronderstellen dat de bal zo ver mogelijk op het veld komt als deze rakelings langs het hoekpunt A scheert. Leidt af dat de afstand  $d_1$  waarbij dit gebeurt, geschreven kan worden als

$$d_1 = \frac{v^2}{g} \sin \phi \cos \phi \left[ 1 - \sqrt{1 - 2gh/(v \sin \phi)^2} \right]$$

- Laat zien dat de bal z'n maximale hoogte bereikt op het tijdstip  $t_{\text{top}} = v \sin \phi / g$  en druk de afstand  $d_2$  (zie figuur) uit in de gegeven grootheden.
- Geef de methode aan waarmee de hoek  $\phi$  kan worden berekend zodanig dat, bij een gegeven snelheid  $v$ , de bal het verst op het veld terecht komt (de berekening hoeft niet te worden uitgevoerd omdat deze nogal bewerkelijk is).

**Opgave 2** Een homogene staaf met lengte  $L$ , doorsnede  $A$  en massadichtheid  $\rho$  steekt verticaal in een bak met water. De dichtheid van het water is  $\rho_w$ . Vanuit de evenwichtstand wordt de staaf over een afstand  $y$  naar beneden geduwd. De bak is zo groot dat de verandering van het niveau van het water daarbij te verwaarlozen is (t.o.v.  $y$ ). Als gevolg van de wet van Archimedes\* ondervindt de staaf een terugwerkende kracht en gaat op-en-neer bewegen. We analyseren deze beweging onder de aanname dat wrijvingskrachten verwaarloosbaar zijn.

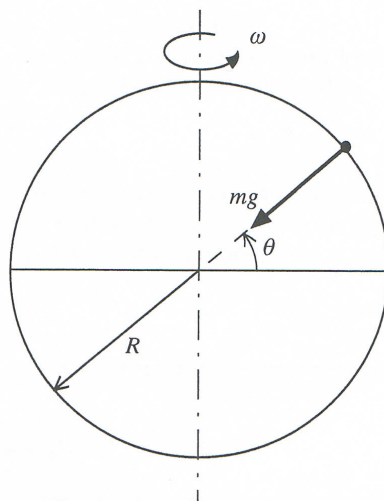
\*"Op een voorwerp in een vloeistof wordt een kracht uitgeoefend die gelijk is aan het gewicht van de vloeistof die verplaatst is"



- Vooruitlopend op het resultaat dat de beweging een harmonische trilling is (zie vraag c), gebruik dimensie-analyse om uit te vinden hoe de trillingstijd  $T$  afhangt van de fysische grootheden in dit probleem.
- Bereken de kracht op de staaf bij een uitwijking  $y$  en gebruik de wet van Newton om vervolgens de bewegingsvergelijking voor de staaf op te stellen.
- Toon aan dat de beweging nadat de staaf over een afstand  $y_0$  is ingeduwd een harmonische trilling is en bepaal de trillingstijd daarvan.
- Het water lijkt als een soort veer te werken, met een potentiële energie  $V(y)$ . Bereken deze potentiaal en laat zien dat de beweging gezien kan worden als een harmonische oscillatie van een massapunt  $m$  in een energie-put met cirkelfrequentie  $\sqrt{V''/m}$ .

**Opgave 3** Ervan uitgaand dat de aarde een homogene bol is, ondervindt een object met massa  $m$  het aardoppervlak een naar het centrum gerichte kracht  $mg$ , de zwaartekracht. Echter, omdat de aarde (straal  $R$ ) om haar as wentelt (hoeksnelheid  $\omega$ ) is, vanuit de ruimte gezien, het object onderhevig aan een effectieve zwaartekracht die niet naar het centrum is gericht en die bovendien afhangt van de breedtegraad  $\theta$ .

Ieder opgave op apart blad, en op ieder blad: naam en studentnummer 3



- Aan welke kracht anders dan de zwaartekracht is een stilstaand object op de aarde onderworpen? Bereken de grootte van deze kracht als functie van  $\theta$ .
- Schets de richting van de totale, effectieve zwaartekracht  $mg_{\text{eff}}$ .
- Maak een getalsmatige schatting van het maximale verschil tussen  $g_{\text{eff}}$  en  $g = 9.81\text{m/s}^2$  (gebruik daarbij dat  $R = 6400\text{km}$ ).

 \_\_\_\_\_ 

Beoordeling:

| Opgave | aantal punten |
|--------|---------------|
| 1      | 6             |
| 2      | 7             |
| 3      | 5             |

Toetscijfer = (totaal punten + 2) / 2